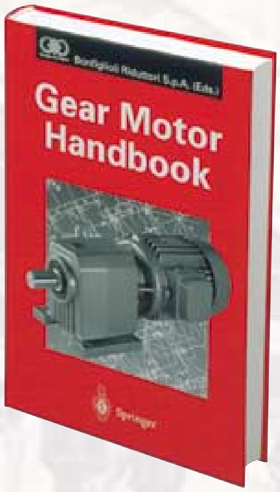
Continua la pubblicazione integrale di parti del "GEAR MOTOR HANDBOOK"

PARTE II° DINAMICA DEI SOLIDI E RESISTENZA DEI MATERIALI

Jacques Sprengers Presidente ISO/TC 60



2 Resistenza dei Materiali

2.1 Trazione o Compressione Semplice

Una sezione è sollecitata a trazione o compressione semplice quando la risultante delle forze esterne è perpendicolare alla sezione stessa e passa per il suo baricentro.

Se F_n è questa risultante, l'equilibrio delle forze interne ed esterne è dato da:

2 Strength of Materials

2.1 Single Traction or Compression

This simple deformation takes place if the resultant of the outer forces on one side of the section becomes a unique force perpendicular to the section and passing by its centre of elasticity.

lf this resultant is called Fn, the balance of the outer and the inner forces. is given by:

(2.001)
$$\sigma_n = - \frac{F_n}{A} \le \sigma_{Pn}$$
(2.001)

dove a F_n è la sollecitazione di trazione o di compressione ammissibile e A l'area della sezione considerata.

sPn, being the allowable stress for tractíon or compression and A being the area of the considered section.

La deformazione è data dall'allungamento lungo l'asse longitudinale del solido. Per una lunghezza iniziale dx, l'allungamento $d\lambda$ sarà:

The deformation is the expansion following the longitudinal axís of the solid. For an initial length dx, the expansion d l, will be:

(2.002)
$$d\lambda = \frac{F_n}{E\,A}\,dx$$
(2.002)

dove E è il modulo di elasticità normale del materiale.

E being the coefficient of elasticity of the material.

Per una lunghezza l la deformazione sarà:

For a length l, the deformation will be:

(2.003)
$$\lambda = \int_0^{\ell} \frac{F_n}{E\,A}\,dx$$
(2.003)

In un solido prismatico (A = costante) con una forza di trazione finale F_n si avrà:

For a prismatic solid (A = constant) and a constant force of tractíon, we will have:

(2.004)

$$\lambda = \frac{F_n}{E\,A}\,\ell \qquad (2.004)$$

Il lavoro di deformazione è espresso da:

The work of deformation is expressed by:

(2.005)

$$W_n = \frac{1}{2}\int_0^{\ell} F_n\, d\lambda \qquad (2.005)$$

Si ha quindi:

This leads to the two following expressions:

(2.006)

$$W_n = \frac{1}{2}\int_0^{\ell} \frac{F_n^2}{E\,A}\, dx \qquad (2.006)$$

e se σ è il valore finale della tensione, risulta:

(2.007)

$$W_n = \frac{1}{2}\int_0^{\ell} \frac{A\,\sigma_n^2}{E}\, dx \qquad (2.007)$$

In un solido prismatico si ha quindi:

For a prismatic solid subject to a constant force of traction, we will have:

(2.008)

$$W_n = \frac{1}{2}\,\frac{F_n^2\,\ell}{E\,A} \qquad (2.008)$$

(2.009)

$$W_n = \frac{1}{2}\,E\,A\,\frac{\lambda^2}{\ell} \qquad (2.009)$$

2.2 Taglio

Se la risultante delle forze esterne applicate su un lato della sezione passa per il baricentro e giace nel piano di tale sezione, la sollecitazione prende il nome di taglio. Il valore medio del taglio sarà dato da:

2.2 Shearing

If the resultant of the forces situated on one side of the section is a force passing through the centre of elasticity of the section and is situated in the plane of this section, the deformation is called shearing. As for traction, we have the following equations:

(2.010)

$$\sigma_c = -\frac{F_c}{A} \leq \sigma_{Pc} \qquad (2.010)$$

Lo scorrimento unitario γ_c è dato da:

(2.011)

$$\gamma = \frac{d\lambda}{d\ell} = -\frac{F_t}{G\,A} \qquad (2.011)$$

dove *G* è il modulo di elasticità tangenziale del materiale.

where G is the transverse coefficient of elasticity of the material, sPc is the max. shear allowable, Fc, is the strenghts resultant andg is the shearing factor.

2.3 Flessione Semplice

Se le forze esterne applicate su un lato della sezione equivalgono ad una coppia agente in un piano normale a quello della sezione, la conseguente sollecitazione prende il nome di flessìone. Il momento della coppia viene chiamato “momento flettente” ed è rappresentato da M_b Se la coppia agisce in un pìano contenente

2.3 Simple Bending

If the outer forces situated on one side of the section become a couple whose moment is on the section's plane, the deformation is called bending. The moment of the torques is called the "bending moment" and is represented by Mb . If the bending moment (sometimes called moment of flexure) is confused with one of the uno degli assi principali d'inerzia della sezione (coincidente con l'asse di simmetria, se esiste), la flessione prende fl nome di flessione retta, altrimenti viene chiamata flessione deviata.

section's main inertial axes (or confused with a symmetry axis, if there is one), the bending is called plane bending. Otherwise it is called left bending.

13.1 Flessione Retta

Due assi ortogonali *x*, *y* si definiscono assi principali d'inerzia della sezione quando i rispettivi momenti d'inerzia ad essi riferiti risultano uno massimo I_x e uno minimo I_y. Quando la coppia di momento M_b agisce nel piano che contiene l'asse *y*, in una sezione parallela all'asse *x* e posta ad una distanza y da esso, il risultato sarà una sollecitazione data da:

2.3.1 Plane Bending

The section's main inertial axes should be such that the geometrical moment of inertia is at its maximum if it follows one of these axes and at its minimum if it follows the other. On the other hand, Mb has to be the bending moment confused with the axis that, if followed by the geometrical moment of inertia, makes this latter become maximum. In a section parallel to this axis and situated at a distance y from this axis, the result will be a stress given by:

$$\sigma_y = -\frac{M_b\, y}{I_{\max}} \qquad (2.012)$$

Sull'asse (*y* = 0) la sollecitazione è nulla. Questo asse prende il nome di asse neutro. Da un lato dell'asse neutro, a seconda del segno del momento, la sollecitazione è positiva mentre dall'altro è negativa. Siccome queste sollecitazioni sono perpendicolari alla sezione, si parla rispettivamente di sollecitazioni di trazione o di compressione. Quindi una parte della sezione viene compressa e l'altra tesa. Quando la coppia agisce nel piano contenente l'altro asse *x*, risulta un'equazione simile (ma con I_{min}, al posto di I_{max}). La sollecitazione massima di compressione si verifica alla distanza massima *v*- da *y* nella zona compressa e la sollecitazione massima dì trazione si verifica alla distanza massima *v*+ da *y* nella zona tesa. Se un materiale ha diversa resistenza a trazione e a compressione si dovrà verificare che ciascuna sollecit azione calcolata sia inferiore alla corrispondente sollecitazione ammissibile. Se il materiale ha la medesima resistenza a compressione e a trazione (come nel caso degli acciai), le sollecitazioni massime di trazione e compressione potrebbero essere differenti se le corrispondenti distanzev non fossero uguali. La verifica si effettuerà nel punto più lontano dall'asse neutro. Se la sezione è simmetrica rispetto all'asse neutro, si avrà:

Following the axis (y = 0) the stress is null. This axis is called neutral fibre. On one side of the section, by following the sign of the moment, the stress is positive while on the other it is negative. As these stresses are perpendicular to the section, they are traction stresses or compression stresses, respectively. So one part of the section is compressed and the other is stretched. 1f the bending moment was confused with the other axis, similar equations (but with Imin instead of Imax) would result. The maximum compression stress is achieved for the maximum distance v- of y in the compressed area and the maximum traction stress is achieved at the highest distance v+ of y in the stretched area. If the material's resistance to traction and compression are different, it should be verified that each calculated stress is inferior to the corresponding permissible stress. If the two materials have the same resistance to compression and traction (as for steels), the maximum traction and compression stresses could be different if the corresponding distances v are not the same. This will be checked with the furthest point of the neutral fibre. If the section is symmetric to the neutral fibre, we will have:

$$\sigma_y = -\frac{M_b}{I/v} \qquad (2.013)$$

dove I è il momento d'inerzia geometrico rispetto all'asse neutro. Il rapporto I/v che è una caratteristica della sezione, prende il nome di modulo di resistenza a flessione.

where I is the geometrical moment of inertia versus the neutral fibre. I/v, that is a peculiarity of the section, is called the bending factor.

In una sezione circolare:

For a circular section:

(2.014)
$$I = \frac{\pi\ d^4}{64}$$
(2.014)

e

and

(2.015)
$$I/v = \frac{\pi\ d^3}{32}$$
(2.015)

In una sezione rettangolare:

For a rectangular section:

(2.016)
$$I = \frac{b\ a^3}{12}$$
(2.016)

e

and

(2.017)
$$I/v = \frac{b\ a^2}{6}$$
(2.017)

dove b è la dimensione parallela all'asse neutro.

with b being the dimension parallel to the neutral fibre.

La sezione, sotto l'azione del momento, ruota intorno all'asse neutro e rispetto ad una sezione distante dx, ruota di un angolo dato da:

The section, under the moments action, tums around the neutral fibre and with respect to a section at a distance dx, it turns around an angle given by:

(2.018)
$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{M_b}{E\ I}$$
(2.018)

Se il momento è variabile lungo l'asse del solido si avrà:

The moment varies along the solid's axis, the section and the coefficient of elasticity. For all the points of the solid we will have:

(2.019)
$$\phi = \int \frac{M_b}{E\ I}\ dx$$
(2.019)

L'angolo ϕ rappresenta la rotazione della sezione nel punto x.
La deformazione dell'asse del solido è data da uno spostamento nel piano della coppia (normale all'asse neutro) e rappresenta la freccia. Questo spostamento varia lungo l'asse e ha un'equazione data da:

The ϕ angle f is the sections rotation at the point x.
The solid's axis defonnation is a shift onto the plan perpendicular to the moment (and so the neutral fibre) designated by an arrow. This shift varies along the axis and its equation is given by:

(2.020)
$$y = \int \phi\ \ dx$$
(2.020)

Se il solido è prismatico ed omogeneo, E e I possono non essere messi sotto il simbolo di integrale.

If the solid is prismatic and homoguneus, E and I can be taken out of the integral.