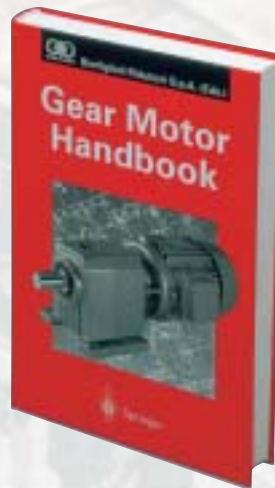


Continua la pubblicazione integrale di parti del "GEAR MOTOR HANDBOOK" PARTE II° DINAMICA DEI SOLIDI E RESISTENZA DEI MATERIALI

Jacques Sprengers Presidente ISO/TC 60



13.2 Flessione Deviata

Se la coppia agisce in un piano che sia perpendicolare alla sezione e non contenga uno degli assi principali d'inerzia, la flessione prende il nome di flessione deviata. Si indichi con V l'angolo del piano con l'asse d'inerzia rispetto al quale il momento d'inerzia è massimo. L'asse neutro forma un angolo P con lo stesso asse principale d'inerzia dato da:

$$(2.021) \quad \tan \beta = \tan \psi \frac{I_{\max}}{I_{\min}} \quad (2.021)$$

La sollecitazione superiore assume il valore massimo dato da:

$$(2.022) \quad \sigma_b = - \frac{M_b \cos(\beta - \psi)}{I_{FN} / v} \quad (2.022)$$

con:

$$(2.023) \quad I_{FN} = I_{\max} \cos^2 \beta + I_{\min} \sin^2 \beta \quad (2.023)$$

e

$$(2.024) \quad v = y \cos \beta - z \sin \beta \quad (2.024)$$

dove y e z sono le coordinate di un punto posto sul contorno della sezione rispetto agli assi principali d'inerzia.

Possiamo quindi fare le seguenti osservazioni:

(1) In una sezione circolare tutti i diametri sono assi di simmetria e i momenti d'inerzia sono tutti uguali.

2.3.2-Left Bending

if the bending moment is not aligned with one of the main vertical axes, the bending is called left bending. Let us call V the angle of the moment with the inertial axis as to which the moment of inertia is at its maximum. The neutral fibre is not aligned with the moment, but it forms an angle P with the same main inertial axis given by:

if the bending moment is not aligned with one of the main vertical axes, the bending is called left bending. Let us call V the angle of the moment with the inertial axis as to which the moment of inertia is at its maximum. The neutral fibre is not aligned with the moment, but it forms an angle P with the same main inertial axis given by:

The maximum stress is the maximum of the value given by:

with:

y and z being the co-ordinates of a point on the section's outline with regard to the inertial axis with the greatest moment of inertia and to the axis with the smallest moment of inertia, respectively.

We notice the following:

(1) In a circular section all the diameters have symmetrical axes and the moments of inertia are all

Non si può quindi parlare di flessione deviata.

the same. We cannot speak of left bending in the strict sense of the word.

(2) La flessione deviata di una sezione rettangolare può essere facilmente calcolata proiettando il momento flettente sui due assi di simmetria della sezione. Ogni proiezione crea una flessione retta alla quale è possibile applicare le equazioni descritte al paragrafo sulla flessione retta. In questo modo si può ottenere una sollecitazione massima σ_y di flessione su un lato del rettangolo e una sollecitazione massima σ_z sull'altro lato. La sollecitazione risultante è data da:

(2) The left bending of a rectangular section can easily be calculated by projecting the bending moment onto the two symmetry axes of the section. Every projection creates a plane bending to which the equations outlined in the paragraph of plane bending can be applied. In this way we can obtain a maximum bending stress by following one side of the rectangle and a minimum bending stress by following the other. Let us call σ_y and σ_z , these two stresses. The resulting stress is given by:

$$(2.025) \quad \sigma_b = \sigma_y + \sigma_z \quad . \quad (2.025)$$

La freccia è calcolata per ogni flessione retta. Si ottiene una freccia y in un piano e una freccia z nell'altro. La freccia risultante è:

The deformation is calculated for every simple bending. We obtain a deformation y inside one plane and a deformation z in the other. The resulting arrow is:

$$(2.026) \quad \omega = \sqrt{z^2 + y^2} \quad . \quad (2.026)$$

The resulting deformation is not always situated in the same plane, which is why it is called left bending.

2.4 Torsione

2.4 Torsion

La torsione si verifica quando le forze esterne applicate su un lato della sezione formano una coppia il cui momento è perpendicolare alla sezione. La teoria matematica della torsione si applica correttamente solo al caso di sezioni circolari. Se T è il momento di torsione, la sollecitazione al bordo della sezione è data da:

There is a torsion when the outer forces situated on one side of the section become a torque whose moment is perpendicular to the section. The torsion's mathematical theory can be correctly applied only to circular sections.

The stress at the section's edge, T being the torsional moment, is given by:

$$(2.027) \quad \tau_{t \max} = \frac{T}{I_0 / r} \quad (2.027)$$

dove I_0 è il momento d'inerzia polare e I_0/r il modulo di resistenza a torsione della sezione. In una sezione circolare con diametro d risulterà che:

I_0 being the polar moment of inertia and I_0/r being the section's coefficient of torsion. For a circular section with a diameter d , it will result that:

$$(2.028) \quad I_0 = \frac{\pi d^4}{32} \quad (2.028)$$

e

and

$$(2.029) \quad I_0 / r = \frac{\pi d^3}{16} \quad . \quad (2.029)$$

Nelle sezioni non circolari il calcolo è empirico. Le deformazioni provocate dalla torsione sono date da:

For non-circular sections, the calculation is empirical. The deformations provoked by torsion are given by:

$$(2.030) \quad \theta = \int \frac{T}{G I_0} dx \quad . \quad (2.030)$$

In un troncone prismatico ed omogeneo con coppia torcente costante si ha: *For a prismatic and homogeneous stump with a constant torsional couple, we have:*

$$(2.031) \quad \theta = \frac{T l}{G I_0} \quad (2.031)$$

dove l è la lunghezza del troncone. *l being the stump's length.*

2.5 Carico di Punta

Il carico di punta è una deformazione laterale sotto l'azione di una forza di compressione. Il rischio di cedimento per carico di punta dipende dal rapporto di snellezza uguale a:

$$(2.032) \quad \alpha = \frac{l_f}{i} \quad (2.032)$$

dove:

l_f = lunghezza libera d'inflessione, i = raggio di inerzia della sezione

with:

l_f = free length of combined compressing and bending stress, and i = radius of gyration of the section

$$(2.033) \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.033)$$

I il minimo momento d'inerzia e A l'area della sezione. Il materiale è caratterizzato dalla grandezza P :

being I the minimum moment of inertia and being A the area of the section. The material is characterized by the extent:

$$(2.034) \quad \beta = \pi^2 \frac{E}{\sigma_E} \quad (2.034)$$

dove E è il modulo di elasticità e σ_E il limite di elasticità. Se:

E being the coefficient of elasticity and σ_E the elastic limit. If:

$$(2.035) \quad \alpha \geq \sqrt{\beta} \quad (2.035)$$

si potrà applicare la formula di Eulero: *the Euler analytic formula can be applied:*

$$(2.036) \quad \sigma_{crit} = \frac{\beta \sigma_E}{\alpha^2} \quad . \quad (2.036)$$

In caso contrario si applica comunemente la formula empirica di Tetmayer:

Otherwise, an empirical formula is applied. The most common one is the Tetmayer formula:

$$(2.037) \quad \sigma_{crit} = \sigma_E + \gamma \left[\sqrt{\beta} - \alpha \right] \quad . \quad (2.037)$$

Negli acciai il modulo di elasticità è uguale a 206000 MPa e $\gamma = 1, 14$.

For steels, the coefficient of elasticity is equal to 206000 MPa and $\gamma = 1, 14$.

La sollecitazione critica descritta è assimilata alla sollecitazione di compressione. Tuttavia la sollecitazione ammissibile è inferiore a quella di compressione pura a causa dell'altissimo rischio dovuto al pericolo di cedimento per carico di punta. Nel caso di pressoflessione la sollecitazione di compressione da aggiungere a quella di flessione può essere calcolata con la formula di Rankine:

$$(2.038) \quad \sigma_f = \frac{F_n}{A} \left[1 + \frac{1}{\beta} \alpha^2 \right] . \quad (2.038)$$

La lunghezza libera d'inflessione dipende dalla lunghezza e dalle condizioni di vincolo. Tale lunghezza è illustrata nella Fig. 2.1
Flessione per carico di punta

The defmed critical stress is used as a compressive stress. However, the pennissible stress is weaker than a pure compressive stress because of the very high risk provoked by the buckling.

If buckling is combined with bending, an equivalent bending stress may be calculated to be added to the bending stress and given by the Rankine formula:

*The useful length of the buckling depends on the supports.
This length is shown in Fig. 2.1
Buckfing load*

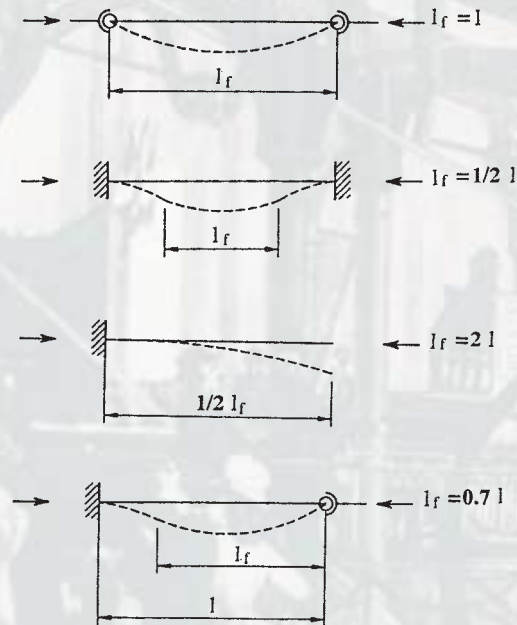


Fig. 2.1. Lunghezza libera d'inflessione

Fig. 2.1. Buckfing

2.6 Composizione delle Sollecitazioni Semplici

2.6 Composition of Simple Stresses

Nel caso in cui siano presenti più sollecitazioni semplici, si dovrà tener conto del loro effetto combinato . Se esse hanno la medesima direzione, possono sommarsi le une alle altre, altrimenti, se la direzione è diversa, devono combinarsi in base a determinati criteri. Il criterio più comunemente utilizzato è quello di Von Mises e Hencky. Se le sollecitazioni sono espresse da uno sforzo normale e da uno tangenziale, il criterio è espresso da:

If some simple stresses are applied contemporaneously, they should be combined together. If these stresses have the same direction, they can be added to each other. If they have a different direction, they must be combined by following an empirical criterion. The most widely used criterion is the Von Mises and Hencky. If the stresses are expressed by a nonnal effort and a tangential effort, the criterion is expressed by:

$$(2.039) \quad \sigma_{equ} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad . \quad (2.039)$$

Nel caso di uno stato di sollecitazione triassiale se a, $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ sono le sollecitazioni principali, la sollecitazione equivalente sarà: *For a spatial distribution (three axes) of the stresses, if $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$, are the main stresses in three orthogonal directions, the stress of comparison will be:*

$$(2.040) \quad \sigma_c = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2]} \quad . \quad (2.040)$$

Le sollecitazioni principali sono sollecitazioni normali, tra loro ortogonali, applicate alla sezione in cui la sollecitazione di taglio è uguale a zero. *Main stresses are nonnal stresses applied in section where the tangential stress is equal to zero. They are orthogonal.*

Se in un piano definito dagli assi Qx e Oy, sono presenti sollecitazioni normali σ_x e σ_y e una sollecitazione di taglio τ_{xy} , le sollecitazioni principali saranno definite da: *In a plane defined by the axes Ox and Oy, if we have normal stresses σ_x , and σ_y and a shearing stress τ_{xy} the main stresses are defined by:*

$$(2.041) \quad \sigma_I = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.041)$$

$$(2.042) \quad \sigma_{II} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad . \quad (2.042)$$

In caso di distribuzione spaziale delle sollecitazioni avremo tre sollecitazioni principali ortogonali $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$. *For a spatial distribution of stresses we have three orthogonal main stresses, $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$.*

Nel caso di uno stato di tensione piano con $\sigma_x, \sigma_y = 0$ e $\tau_{xy} = \tau$, si avrà: *In the case of a plane distribution with $\sigma_x, \sigma_y = 0$ e $\tau_{xy} = \tau$, we have*

$$\sigma_I = \frac{1}{2}\sigma + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_{II} = \frac{1}{2}\sigma - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_{III} = 0$$

e l'equazione (2.040) si trasformerà nella (2.039). *and equation (2.040) becomes equation (2.039).*

Nel caso di uno stato di tenzione piano con σ_x, σ_y , e τ si avrà: *For a distribution with σ_x, σ_y , and τ we have*

$$(2.043) \quad \sigma_{equ} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau^2} \quad (2.043)$$

1 Sollecitazioni e Materiali

1.1 Introduzione

I riduttori di velocità a ingranaggi sono costituiti da organi meccanici che soddisfano una serie di regole generali relative alla affidabilità di funzionamento. Inoltre sono costituiti da materiali di caratteristiche a volte simili e a volte diversi.

Tali materiali sono generalmente materiali metallici che possiedono proprietà simili che è necessario definire. I vari organi sono sollecitati da coppie e sforzi derivanti dalla potenza da trasmettere e dalle velocità di rotazione. Le relazioni fra coppie e sforzi da un lato e potenza e velocità dall'altro sono fondamentali agli effetti della capacità di carico dei riduttori. In questo primo capitolo si passeranno in rassegna a grandi linee gli aspetti generali che saranno trattati in dettaglio, per ciascun tipo di organo, nei paragrafi riservati al calcolo.

1.2 Sollecitazioni

Generalmente i riduttori sono caratterizzati da una potenza costante (rendimento escluso) e i diversi organi ruotano a differenti velocità di rotazione. Ne risulta che su ciascun albero di trasmissione agisce una coppia di torsione che è direttamente proporzionale alla potenza ed inversamente proporzionale alla velocità di rotazione. La potenza viene espressa in kW (kilowatt) e la velocità di rotazione in giri al minuto (min^{-1}). La coppia, calcolata in Newton per metro (Nm), è uguale a:

$$(1.001) \quad T = 9550 \frac{P}{n} \quad (1.001)$$

dove P rappresenta la potenza e n la velocità di rotazione.

Gli organi di trasmissione, e in particolare gli ingranaggi, trasformano la coppia in forze applicate ai vari componenti.

Le coppie sono coppie di torsione; le forze provocano deformazioni e sollecitazioni di flessione e/o di trazione-compressione che se superano i valori ammissibili per i materiali impiegati possono danneggiare gli organi considerati.

Le sollecitazioni si possono determinare, come si è già visto, con le regole della resistenza dei materiali, regole che saranno applicate nei capitoli relativi ai diversi organi meccanici.

1 Stresses and Materials

1.1 Introduction

Gearboxes are made up of mechanical components, which comply with a series of common rules as far as operational reliability is concerned. They are also made of materials which appear very similar even if completely different. Generally, gear reduction units are composed of metallic materials showing similar features that need to be accurately defined. These components are subject to torque stresses resulting from power transmission and from the rotating speed of the gearing parts. The relation existing between torque stresses, power and the rotation speed is then particularly important as to the load capacity of gearboxes.

In this chapter we will generally analyse the main subjects of this work. We will study them more accurately when we examine unit calculations.

1.2 Stresses

Generally, a constant power (efficiency excluded) runs through gearboxes while the gearing units run at different speed: the transmission shaft has to support a torque that is directly proportional to power and inversely proportional to rotation speed. Power is expressed in kW (kilowatt), while the rotation speed is expressed in revolution per minute (min^{-1}). The torque is calculated in Newton metres (Nm) and is equal to:

where P represents the power and n the rotation speed.

Transmission units, in particular gear, transform the torque into force which are applied to the different components of gear.

Torques and forces produce bending stress and/or traction-compression stress that can cause damage to the different parts of gears. If the value of such stresses is higher than that allowed, the units can break down.

Stresses comply with a series of rules concerning the strength of materials already known. Their applications is shown further on when we examine the various gear components.